Prof. Dr. Ivan Veselić M.Sc. Alexander Dicke

Ideen und Aufgabenvorschläge

Analysis I für Lehramt

im Wintersemester 2021/22

Aufgabe 1)

Untersuchen Sie die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

(a) $a_n = \frac{n^3+2n^2+4}{(3n+2)^2(n+1)^2}$,

(b) $a_n = \frac{n^3+(-1)^n n^2}{2n^3+1}$.

Aufgabe 2)

Untersuchen Sie, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Folge $(a_n(x))_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und bestimmen Sie im Fall der Konvergenz den Grenzwert:

(a) $a_n(x) = \left(\frac{x}{3}\right)^{n+1} + \frac{1}{n}$.

(b) $a_n(x) = \frac{(-1)^{n^2+3n+1}n^3}{xn^3+2n+3}$,

Aufgabe 3)

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Folge mit Grenzwert $a \in \mathbb{R}$ und sei $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge. Zeigen Sie:

(a) Die Folge $(|a_n|)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent mit Grenzwert $|a|$.

(b) Falls $a = 0$ und $|b_n - b| < a_n$ für fast alle $n \in \mathbb{N}$ gilt, so gilt $b = \lim_{n\to\infty} b_n$.

Aufgabe 4)

Geben Sie jeweils eine Folge an oder erklären Sie, wieso es keine solche Folge geben kann.

(a) Eine Folge mit unendlichen vielen Nullen, die nicht gegen Null konvergiert.

(b) Eine Folge mit unendlichen vielen Einsen, die gegen eine Zahl verschieden von Eins konvergiert.

(c) Eine divergente Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ derart, dass es für jedes $n \in \mathbb{N}$ einen Index $k = k(n) \in \mathbb{N}$ gibt für den $a_k = a_{k+1} = \cdots = a_{k+n} = 2$ gilt.