technische universität dortmund

fakultät für mathematik

Prof. Dr. Ivan Veselić

M.Sc. Alexander Dicke

Ideen und Aufgabenvorschläge

Analysis I für Lehramt

im Wintersemester 2021/22

Aufgabe 1)

Zeigen Sie, dass $\mathbb{Z}_2$ kein angeordneter Körper ist.

Aufgabe 2)

Es ist bekannt, dass die Anzahl der k-elementigen Teilmengen einer n-elementigen Menge genau $\binom{n}{k}$ beträgt. Zeigen Sie unter Zuhilfenahme dieser Interpretation die Rekursionsformel

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$$

für $n, k \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 3)

(a) Bestimmen Sie alle $n \in \mathbb{N}$ für die $n^2 \leq 2^n$ gilt.

(b) Bestimmen Sie alle $m \in \mathbb{N}$ für die $2^m < m!$ gilt.

Aufgabe 4)

Eine Menge $A \subset \mathbb{R}$ heißt

- nach oben beschränkt, falls es $M \in \mathbb{R}$ gibt so, dass für alle $x \in A$ stets $x \leq M$ gilt.
- nach unten beschränkt, falls es $m \in \mathbb{R}$ gibt so, dass für alle $x \in A$ stets $x \geq m$ gilt.
- beschränkt, falls A nach oben und nach unten beschränkt ist.

Geben Sie an, ob die folgenden Mengen (nach oben/nach unten) beschränkt sind.

(a) $(-6, 1]$.

(b) $\mathbb{N}$.

(c) $\{x^2 + x - 2 \colon x \in \mathbb{Q} \cap [-2, 2)\}$.

(d) $\{x \in \mathbb{R} \colon x^2 < 3\}$.

Hinweis: Sie dürfen ohne Beweis $\sqrt{3} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ nutzen.